

ΣΤΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΙΚΗ ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ ΕΓΚΙΒΩΤΙΣΜΕΝΩΝ
ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΩΝ ΤΥΧΟΝΤΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΩΦΕΩΣ

Α. Χατζηκωνσταντίνου*, Γ. Γκαζέτας**, και Ι. Τασσούλας***

Περίληψη

Αναπτύσσεται μια απλή αλλά ρεαλιστική μέθοδος για τον υπολογισμό της στατικής περιστροφικής δυσκαμψίας θεμελιώσεων τυχόντος σχήματος κατόψεως που εδράζονται ή είναι εγκιβωτισμένα σ' έναν ομοιογενή ελαστικό ημίσφωρο. Η μέθοδος βασίζεται στην κατανόηση της φυσικής του προβλήματος και την ανάπτυξη ενός απλού φυσικού προσομοιώματος ικανού να αναπαράγει με ακρίβεια τα αριθμητικά δεδομένα που αποκτήθηκαν κυρίως με τη χρήση της μεθόδου των Συνοριακών Στοιχείων. Τα αποτελέσματα δίνονται με τη μορφή απλών αλγεβρικών εκφράσεων και μπορούν να εφαρμοστούν για κορεσμένα και ακόρεστα εδάφη, για ποικίλα σχήματα, για ένα ευρύ φάσμα βάθους θεμελιώσεως, και για οποιονδήποτε βαθμό επαφής στην παράπλευρη επιφάνεια τοιχωμάτων-εδόφους.

* Τελεόφοιτος Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ.

** Καθηγητής ΕΜΠ.

*** Αναπλ. Καθηγητής, Πανεπιστήμιο του Τέξας στο Ωστεν.

STATIC ROCKING STIFFNESS OF
ARBITRARILY-SHAPED EMBEDDED FOUNDATIONS

C. Hatziconstantinou*, G. Gazetas**, and J. Tassoulas***

Abstract

A simple realistic method is developed for the static rotational stiffness of rigid arbitrarily-shaped foundations embedded in a homogeneous halfspace. The method is based on the understanding of the physics of the problem and thereby developing a simple model which reproduces with very good accuracy the numerical data obtained mainly with a Boundary Element formulation. The results are given in the form of algebraic expressions; they are applicable to both saturated and unsaturated soils, a variety of base shapes, and any degree of contact between backfill and foundation sidewalls.

* Civil Engineering Student, National Technical University of Athens.

** Professor, National Technical University of Athens.

*** Associate Professor, University of Texas at Austin.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο προσδιορισμός της περιστροφής θεμελιώσεων που υποβάλλονται σε καμπτική δράση είναι ένα πρόβλημα αλληλεπιδράσεως εδάφους-κατασκευής με πολλαπλό ενδιαφέρον για τον πολιτικό μηχανικό. Παράδειγμα: συχνά στην πράξη ο μηχανικός αντιμετωπίζει πλαίσια με μεγάλες καμπτικές ροπές, ή έχει να υπολογίσει θεμέλια υποχρεωτικά μεγάλης εκκεντρότητας* ή περιστροφική δυσκαμψία του συστήματος "θεμέλιο-έδαφος" σε τέτοιες περιπτώσεις επηρεάζει άμεσα τη συμπεριφορά της ανωδομής (π.χ. τη δημιουργία ή μη πλαστικών αρθρώσεων, κλπ.). Επίσης ενδιαφέρον έχει η πρόβλεψη της περιστροφής και των συνακόλουθων διαφορικών βυθίσεων μονολιθικών θεμελιώσεων (γενικών κοιτοστρώσεων, κυψελωτών και κιβωτιοειδών θεμελίων, κλπ.) των οποίων οι ανωδομές υπόκεινται σε εγκάρσιες φορτίσεις κι επομένως μεταβιβάζουν στο έδαφος και ροπές* σ' αυτού του είδους τις φορτίσεις συγκαταλέγονται η ανεμοπίεση, οι πλευρικές ωθήσεις γαιών, οι υδροστατικές και υδροδυναμικές πιέσεις. Η πρόβλεψη και ο περιορισμός τέτοιων περιστροφών και διαφορικών βυθίσεων είναι ίσως το υπ' αριθμόν ένα γεωτεχνικό πρόβλημα κατά τη θεμελίωση ευαίσθητων κατασκευών, όπως π.χ. πύργι ραντάρ, κτίρια με ηλεκτρονικά όργανα, κτίρια στεγάσεως πυρηνικών αντιδραστήρων, κλπ. Τέλος, εγκάρσιες φορτίσεις και ροπές στη στάθμη θεμελίωσης γεννιούνται εξαιτίας δυναμικών δράσεων: κατά τη διάρκεια σεισμικού κρassoμού, από τη λειτουργία μηχανής, από κρουστικές φορτίσεις.

Είναι προφανές λοιπόν η ανάγκη μελέτης της περιστροφικής δυσκαμψίας θεμελιώσεων και η ανάπτυξη σχετικά απλών μεθόδων υπολογισμού της. Η παρουσίαζόμενη ερευνητική εργασία επιχειρεί να ανταποκριθεί στην ανάγκη αυτή. Αντικείμενό της: ο υπολογισμός της στατικής περιστροφικής δυσκαμψίας θεμελιώσεων που έχουν κάποια τυχόντος σχήματος, εδράζονται σε βάθος D , κι απολαμβάνουν τυχόντος βαθμού εγκιβωτισμού.

Οι δημοσιευμένες μέθοδοι υπολογισμού της περιστροφής επιφανειακών και εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων που μεταβιβάζουν ροπή ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

- "συνεχείς" μέθοδοι - σ' αυτές περιλαμβάνονται αναλυτικοί και ημιαναλυτικοί αλγόριθμοι
- μέθοδοι που βασίζονται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (ειδικά για το δυναμικό πρόβλημα, οι αλγόριθμοι πεπερασμένων στοιχείων διακρίνονται σ' αυτούς που θεωρούν: (i) συνήθη όρια τοποθετημένα σχετικά μακριά από την περιοχή του θεμελίου, και (ii) ειδικά σύνορα που απορροφούν ενέργεια, ώστε να υποκαθιστούν την ενέργεια που μεταφέρεται μακριά με τα κύματα* αυτά τα σύνορα τοποθετούνται σχετικά κοντά στο θεμέλιο.
- μέθοδοι που βασίζονται στη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων
- προσεγγιστικές μέθοδοι.

Τα περισσότερα απ' τα αποτελέσματα που έχουν δημοσιευτεί μέχρι σήμερα αφορούν επιφανειακές θεμελιώσεις κυκλικού σχήματος. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό και με τη δυσκολία επίλυσης του προβλήματος για θεμέλια διαφορετικού σχήματος, έχει οδηγήσει σε ευρεία χρήση της προσεγγιστικής μεθόδου του "ισοδύναμου κύκλου". Σήμερα όμως, η αξιοπιστία της μεθόδου αυτής αμφισβητείται, μάλιστα δε βάσιμα όπως θα αποδειχθεί και παρακάτω από τη σύγκριση της με τη μέθοδο που παρουσιάζεται σ' αυτήν εδώ την εργασία. Αποτελέσματα στη βιβλιογραφία υπάρχουν επίσης και για θεμελιώσεις ορθογωνικής κάτοψης μικρού, όμως, λόγου πλευρών, καθώς και για την οριακή περίπτωση της θεμελιο-λιωρίδας. Για επιφανειακές θεμελιώσεις με κάτοψη τυχόντος σχήματος υπάρχει η μέθοδος των DOBRY και GAZETAS [2], κι αυτή ακριβώς, αφού βελτιωθεί εδώ, με βάση πλήθος νέων αριθμητικών δεδομένων, αποτελεί την αφετηρία της παρουσιαζόμενης ερευνητικής εργασίας.

Για μη-επιφανειακές και εγκιβωτισμένες θεμελιώσεις τα δημοσιευμένα αποτελέσματα είναι πολύ πιο λιγοστά, το σημαντικότερο δε μέρος τους αναφέρε-

ται και πάλι σε κυκλική κάτοψη. Υπάρχει όμως επίσης και ένας πολύ περιορισμένος αριθμός αποτελεσμάτων για ορθγωνικές κατόψεις λόγω πλευρών περί την μονάδα, καθώς και για την ακραία περίπτωση της θεμελιολωρίδας. Επιπλέον δε οι μέχρι σήμερα δημοσιευμένες λύσεις αναφέρονται σε μία από τις εξής δύο ακραίες περιπτώσεις: (α) θεμελιώσεις σε βάθος D χωρίς κατακόρυφα πλευρικά τοιχώματα και (β) πλήρως "εντοιχισμένες" (ή "εγκιβωτισμένες") θεμελιώσεις με κατακόρυφα τοιχώματα που έχουν πλήρη και τέλεια επαφή με το περιβάλλον έδαφος, ο' όλο το βάθος από την επιφάνεια μέχρι τη στάθμη θεμελιώσεως. Η πραγματικότητα φυσικά στις περισσότερες περιπτώσεις βρίσκεται κάπου ανάμεσα. Έτσι κι όταν ακόμα υπάρχει πλήρης επαφή στις παράπλευρες διεπιφάνειες τοίχων-εδδφους, ούτε καθαρές σφελκυστικές τάσεις αναπτύσσονται μεταξύ των δύο μέσων, ούτε το μέγεθος των διατμητικών τάσεων ξεπερνά τις οριακές τιμές που "επιβάλλει" ο νόμος τριβής του COULOMB. Έτσι, είναι πολύ πιθανό να υπάρχει ολόκληρη και αποχωρισμός στις διεπιφάνειες - κάτι που αγνοείται στις μέχρι σήμερα υπάρχουσες επιλύσεις.

Η έλλειψη λύσεων για τη γενική περίπτωση τυχόντος βαθμού εγκιβωτισμού είναι εντελώς κατανοητή, δεδομένης της μαθηματικής δυσχερείας του προβλήματος. Αναλυτικές λύσεις με βάση τη θεωρία ελαστικότητας είναι αδιανόητες για τόσο περίπλοκες συνοριακές συνθήκες. Αλλά και οι καθαρά αριθμητικές λύσεις αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσχερείες λόγω της τρι-διάστατης γεωμετρίας του προβλήματος, εάν όχι και της μεγάλης έκτασης της εδαφικής μάζας (στις τρεις μάλιστα κατευθύνσεις). Αντίθετα, η μεθοδολογία που ακολουθείται εδώ είναι διαφορετική: με βάση παραμετρικά αποτελέσματα από ακριβείς επιλύσεις αναπτύσσονται απλά μοντέλα τα οποία σέβονται τη φυσική του προβλήματος και κάνουν χρήση θεμελιωδών εννοιών της μηχανικής. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται η διερεύνηση της συμπεριφοράς και παρουσιάζονται αποτελέσματα για την αντίσταση στο λίκνισμό (δηλ. στην ταλάντωση περί οριζόντιο άξονα) θεμελιώσεων τυχόντος σχήματος κατόψεως, τυχόντος βάθους θεμελιώσεως, και τυχόντος βαθμού επαφής των πλευρικών τοιχωμάτων με το περιβάλλον έδαφος. Η μελέτη δε γίνεται με τη βοήθεια αριθμητικών δεδομένων που ελήφθησαν - κυρίως - με τη μέθοδο των "Συνοριακών Στοιχείων".

2. ΔΥΟ ΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ "ΣΥΝΟΡΙΑΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ"

Μερικά από τα χρησιμοποιούμενα αριθμητικά δεδομένα προέρχονται από αναλυτικές λύσεις και λύσεις με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η πλειοψηφία τους όμως προέρχεται από λύσεις βασιζόμενες στη μέθοδο των Συνοριακών Στοιχείων. Η μέθοδος αυτή, που έχει πρόσφατα γίνει αρκετά δημοφιλής, επέτρεψε την επίλυση με ικανοποιητική ακρίβεια προβλημάτων που μόνο μέτρια μπορούσαν να προσεγγιστούν με τις προηγούμενες μεθόδους. Η δυσκολία για την ικανοποιητική προσέγγιση του προβλήματος οφείλεται κυρίως στην πολυπλοκότητα των συνοριακών συνθηκών. Με τη μέθοδο των Συνοριακών Στοιχείων, που είναι μια μέθοδος στην ουσία ημιαναλυτική/ημιαριθμητική, τα σύνορα διαχωρίζονται σε πεπερασμένα στοιχεία. Παράλληλα χρησιμοποιούνται "θεμελιώδεις" αναλυτικές λύσεις που ικανοποιούν τις εξισώσεις ισορροπίας ή κινήσεως και ταυτόχρονα σέβονται τη συνθήκη ακτινοβολίας της ενέργειας στο άπειρο. Επ' αφορμής κατ' επανάληψη την "αρχή της αμοιβαιότητας" (θεώρημα BETTI-MAXWELL) προκύπτει ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων που συνδέουν τάσεις και μετατοπίσεις σε κάθε κόμβο του καννάβου και από το οποίο προκύπτει η λύση. Δηλαδή, στην ουσία, η μέθοδος των Συνοριακών Στοιχείων μειώνει κατά έναν τον βαθμό αοριστίας του προβλήματος.

Για θεμελιώσεις ορθγωνικής κάτοψης σε ημίσφαιρο η μέθοδος προσφέρεται ιδιαίτερα, και γι' αυτό επιστρατεύθηκε σ' αυτήν εδώ την εργασία. Χρησιμοποιήθηκε δηλαδή η θεμελιώδης λύση για έναν ομοιογενή ημίσφαιρο ("δυναμικό" πρόβλημα του KELVIN), που εκφράζεται με όρους απλών μαθηματικών συναρτήσεων. Οι ελεύθερες επιφάνειες και η επιφάνεια της θεμελίωσης χωρίστηκαν σε ορθγωνικά στοιχεία, σε καθένα απ' τα οποία οι τάσεις και οι μετατοπίσεις

θεωρήθηκαν σταθερές. Διερεύνηση του τρόπου σύγκλισης και ακρίβειας της λύσης έδειξε ότι για ορθογωνικές θεμελιώσεις πλάτους 2B με στοιχεία μέγιστης διάστασης B/4 στη διεπιφάνεια εδάφους-θεμελίωσης και B/2 στην ελεύθερη επιφάνεια, που εκτείνονται μέχρι 4B από κάθε άκρη της τάφρου θεμελίωσης, προκύπτουν πολύ καλά αποτελέσματα. Τέτοιο δε πλέγμα στοιχείων χρησιμοποιήθηκε και στην περίπτωση μας. Το υπολογιστικό μέρος πραγματοποιήθηκε με έναν 8-MEGABYTE CRAY X-MP/48 SUPER-COMPUTER.

3. ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Γίνεται η μελέτη της συμπεριφοράς που παρουσιάζει μια άκαμπτη θεμελίωση (α) επιφανειακή, που εδράζεται σε ομοιογενή, ισοτροπο, ελαστικό ημίσφωρο και (β) σε βάθος D από την ελεύθερη επιφάνεια και με οποιοδήποτε βαθμό επαφής των πλευρικών τοιχωμάτων με το περιβάλλον έδαφος (Σχ. 1). Το ότι η στροφή είναι βαθμώς ελευθερίας συζευγμένος με την οριζόντια κίνηση του συστήματος, δεν εξετάζεται σ' αυτό το σημείο, αλλά εξετάζεται μόνο η στροφική δυσκαμψία. Πάντως, σημειώνεται ότι στις βαθιές θεμελιώσεις μπορεί ναύα να γκαλά η μελέτη και αυτής της περίπτωσης.

Το έδαφος εξομοιώνεται με ελαστικό ομοιογενή ημίσφωρο. Αυτό το μοντέλο για το έδαφος είναι το απλούστερο δυνατό. Εδώ χρησιμοποιείται ακριβώς γι' αυτήν την απλότητα του' και ακόμη, επειδή η πλειοψηφία των δημοσιευμένων θεωρητικών αποτελεσμάτων που είναι σήμερα διαθέσιμα, χρησιμοποιεί αυτό το μοντέλο. Η απλοποίηση αυτή, πάντως, επιτρέπει απόλυτα την ποιοτική κατανόηση, ενώ ταυτόχρονα διατηρεί ικανοποιητικά μικρό το πλήθος των ανεξαρτήτων παραμέτρων του προβλήματος. Με βάση αυτό το πρότυπο εδάφους εξάγεται και η μέθοδος που παρουσιάζεται εδώ. Τονίζεται όμως, ότι για την εφαρμογή της ο μηχανικός πρέπει πρώτα να σιγουρευτεί ότι διαθέτει ένα αρκετά βαθύ και ομοιογενές εδαφικό στρώμα και μετά να επιλέξει αντιπροσωπευτική μέση τιμή του μέτρου διατμήσεως. Η επιλογή δε του κατάλληλου μέτρου διάτμησης είναι ίσως και το δυσκολότερο μέρος σε μια μελέτη της πράξης. Στο θέμα αυτό επανερχόμαστε αργότερα, στο τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας.

Στη θεμελίωση ασκείται ροπή M. Η παραγόμενη στροφή θα είναι:

$$\phi = \frac{M}{K} \quad (1)$$

εφόσον K = η στροφική δυσκαμψία του συστήματος.

Σ' αυτήν εδώ την εργασία παρουσιάζεται μια μέθοδος για τον προσδιορισμό της δυσκαμψίας αυτής.

4. ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΟΥ ΘΕΜΕΛΙΟΥ

Ονομάζουμε K_{rx} την περιστροφική δυσκαμψία για ροπή περί τον διαμήκη άξονα x και K_{ry} για ροπή περί τον οριζόντιο άξονα x. Για τα K_{rx} , K_{ry} βρέθηκε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

$$K_{rx} = S_{rx} \frac{G}{1-\nu} \frac{I_x^{0.75}}{(B/L)^{0.25}} \quad (2)$$

$$K_{ry} = S_{ry} \frac{G}{1-\nu} I_y^{0.75} \quad (3)$$

όπου: I_x και I_y = η επιφανειακή ροπή αδράνειας της κάτοψης ως προς τον άξονα x και y αντίστοιχως· G = το μέτρο διατμήσεως του εδάφους· ν = ο λόγος του POISSON, ενώ 2B και 2L είναι τα μήκη της μικρής και της μεγάλης πλευράς του περιγεγραμμένου ορθογώνιου (Σχ. 3). S_{rx} και S_{ry} είναι αδιάστατοι συντελεστές δυσκαμψίας. Στις αλγεβρικές αυτές εκφράσεις καταλήξαμε με την επαναληπτική μέθοδο "δοκιμασία-διόρθωση", έχοντας στόχο την ανεύρεση αδιάστατων παραμέτρων, χαρακτηριστικών του προβλήματος, που θα απεικόνιζαν όσο το δυνατόν ακριβέστερα και με απλότητα τα αποτελέσματα των θεωρητικών αναλύσεων.

Οι σχέσεις που αμέσως παρακάτω προτείνονται για τους συντελεστές δυσκαμψίας S_{rx} , S_{ry} προέκυψαν με δοκιμές-διορθώσεις:

$$S_{rx} = 2.4 + 0.5 \frac{B}{L} \quad (4)$$

$$S_{ry} = 3 \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.15} \quad (5)$$

και θεωρείται ότι ισχύουν για οποιοδήποτε σχήμα κάτοψης και για οποιοδήποτε λόγο του POISSON ν. Εξαιρείται πάντως, ο δακτύλιος και παρόμοια σχήματα. Από τους συντελεστές δυσκαμψίας S_{rx} και S_{ry} προκύπτουν οι δυσκαμψίες K_{rx} και K_{ry} από τις σχέσεις (2) και (3). (Για τη θεμελιολογία θα προκύψει, φυσικά, η δυσκαμψία ανά μέτρο μήκους: $K_{rx}/2L$).

Η μεταβολή των S_{rx} και S_{ry} συναρτήσει του λόγου B/L παρουσιάζεται γραφικά στο Σχ. 2. Τα διάφορα σημεία στα διαγράμματα του Σχ. 2 αποτελούν τα αριθμητικά δεδομένα. Αυτά προέρχονται από τα αποτελέσματα που δημοσιεύθηκαν από διάφορους ερευνητές ή που αποκτήθηκαν ειδικά γι' αυτήν εδώ την εργασία με τη χρήση προγράμματος Συναρσιακών Στοιχείων. Τα δεδομένα αφορούν κυρίως κάτοψεις ορθογωνικού σχήματος, αλλά και κυκλικού, λωριδωτού και σύνθετου (Σχ. 3). Αναλυτικά τα δεδομένα και οι πηγές τους αναφέρονται στο [16]. Η απόκλιση μεταξύ των θεωρητικών αποτελεσμάτων που αφορούν το ίδιο πρόβλημα είναι συχνά αρκετά σημαντική κι αυτό οφείλεται στον διαφορετικό τρόπο προσέγγισης και επίλυσης που χρησιμοποιήσε ο κάθε ερευνητής. Η διασπορά αυτή των δεδομένων παρουσιάζεται για λόγους πληρότητας αλλά και σαν ένδειξη της αβεβαιότητας με την οποία προσδιορίζεται η δυσκαμψία του συστήματος.

Από το Σχ. 2 είναι φανερό ότι:

(α) Ο συντελεστής δυσκαμψίας S_{ry} είναι πάντα μεγαλύτερος του S_{rx} . Το γεγονός αυτό γίνεται κατανοητό αν εκφράσουμε τα S_{rx} και S_{ry} συναρτήσει των K_{rx} και K_{ry} , οπότε για ορθογωνικό σχήμα προκύπτει:

$$S_{rx} = (1-\nu) \left(\frac{3}{4} \right)^{0.75} \frac{B}{L} \frac{K_{rx}}{GB^3} \quad (6)$$

$$S_{ry} = (1-\nu) \left(\frac{3}{4} \right)^{0.75} \left(\frac{B}{L} \right)^{2.25} \frac{K_{ry}}{GB^3} \quad (7)$$

Από τη μελέτη δε των δεδομένων: K_{rx}/GB^3 , K_{ry}/GB^3 (Σχ. 4) φαίνεται ότι το K_{ry} είναι δυσανάλογα μεγαλύτερο του K_{rx} ώστε το S_{ry} υπερτερεί του S_{rx} , παρά τη μείωση του B/L (εξ. 6, 7).

(β) Το S_{ry} φθίνει αισθητά καθώς το B/L αυξάνει και $S \rightarrow \infty$ όταν $B/L \rightarrow 0$, δηλαδή όταν $L/B \rightarrow \infty$ (λωρίδα). Αντίθετα, το S φαίνεται να φθίνει ελαφρά με τη μείωση του B/L . Και αυτό το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί από τα δεδομένα, απ' όπου φαίνεται ότι το K_{rx} αυξάνεται με ρυθμό λίγο μικρότερο από τον ρυθμό μείωσης του B/L (Σχ. 4, εξ. 6), ενώ αντίθετα το K_{ry} αυξάνεται ταχύτερα.

Στο Σχ. 2 παρουσιάζεται και η προσέγγιση του "ισοδυνάμου κύκλου". Αυτή συνίσταται στην αντικατάσταση της κάτοψης με έναν κύκλο που έχει ροπή αδράνειας ίση με αυτήν του πραγματικού σχήματος. Για στροφή περί τον διαμήκη άξονα η ακτίνα του ισοδυνάμου κύκλου για ορθογώνιο $2B$ επί $2L$ προκύπτει:

$$R_x = (16 LB^3/3\pi)^{1/4} \quad (8)$$

ενώ για στροφή περί τον άξονα προκύπτει για τον ισοδύναμο κύκλο:

$$R_y = (16 L^3 B/3\pi)^{1/4} \quad (9)$$

Έτσι, οι αδιάστατοι συντελεστές δυσκαμψίας θα είναι:

$$S_{rx} = \frac{1-\nu}{G} \frac{(B/L)}{I_x} \cdot K_{rx} = 3.2 \frac{B}{L} \quad (10)$$

αφού:

$$K_{rx} = K_{ry} = \frac{8GR_x^3}{3(1-\nu)} \quad \text{και} \quad I_x = \frac{1}{4} \pi R_x^4$$

$$S_{ry} = \frac{1-\nu}{G} \frac{1}{I_y^{0.75}} K_{ry} = 3.2 \quad (11)$$

αφού:

$$K_{ry} = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \quad \text{και} \quad I_x = \frac{1}{4} \pi R_x^4$$

Είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα του ισοδύναμου κύκλου είναι ικανοποιητικά μόνον για τιμές του λόγου B/L κοντά στη μονάδα, γίνονται δε απαράδεκτα για πολύ επιμήκη θεμέλια ($B/L \leq 0.5$) στρεφόμενα περί τον εγκάρσιο άξονα y .

Ανακεφαλαιώνοντας: οι (στατικές) ακαμψίες K_{rx} και K_{ry} επιφανειακού θεμελίου τυχόντος σχήματος με ροπές αδρανείας I_x και I_y και διαστάσεις περιγεγραμμένου ορθογώνιου $2L$ και $2B$, ($L > B$) δίνονται από τις σχέσεις:

$$K_{rx} = (2.4 + 0.5 \frac{B}{L}) \frac{G}{1-\nu} \frac{I_x^{0.75}}{(B/L)^{0.25}} \quad (2a)$$

$$K_{ry} = 3 \left(\frac{B}{L}\right)^{-0.15} \frac{G}{1-\nu} I_y^{0.75} \quad (3a)$$

5. ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ ΕΓΚΙΒΩΤΙΣΜΕΝΟΥ ΘΕΜΕΛΙΟΥ - ΠΡΟΤΑΣΗ ΝΕΑΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Συχνά οι θεμελιώσεις εδράζονται όχι στην επιφάνεια αλλά σε κάποιο βάθος D . Γι' αυτό πρέπει να μελετηθεί και η συμπεριφορά των εγκιβωτισμένων θεμελιώσεων.

Φυσική προσομοίωση - Ο εγκιβωτισμός μιας θεμελίωσης έχει τρεις πιθανές επιπτώσεις στην δυσκαμψία της.

Πρώτα-πρώτα, μια πλάκα εδραζόμενη σε βάθος D μεταφέρει το φορτίο σε βαθύτερα εδαφικά στρώματα των οποίων η ενδοσιμότητα είναι διαφορετική, συνήθως μικρότερη, από την ενδοσιμότητα των επιφανειακών στρωμάτων. Έτσι, αύξηση του βάθους θεμελίωσης συνήθως - στην πράξη - συνεπάγεται αύξηση της στατικής της δυσκαμψίας λόγω μεγαλύτερου ενεργού G . Αυτό το σημαντικό ευνοϊκό, συνήθως, επακόλουθο του βάθους δεν εξετάζεται εδώ, αφού έχει γίνει η προσομοίωση του εδάφους με ομοιογενή ημίσφωρο.

Τα άλλα δύο επακόλουθα του εγκιβωτισμού αποδίδονται σε αντίστοιχα φαινόμενα, που ονομάζονται: (i) φαινόμενο "τάφρου" και (ii) φαινόμενο "παράπλευρης επαφής". Αυτά επεξηγούνται με τη βοήθεια του σχήματος 5.

Φαινόμενο τάφρου - Αν τοποθετήσουμε μια άκαμπτη πλάκα στο βάθος ενός ορύγματος, τότε, η στροφή της από μια καμπτική φόρτιση M θα είναι μικρότερη από αυτή της επιφανειακής πλάκας. Την αύξηση αυτή της δυσκαμψίας μπορούμε να την κατανοήσουμε εάν φανταστούμε ένα επίπεδο δια της επιφάνειας επαφής εδάφους-θεμελίωσης (Σχ. 5α,β). Το επίπεδο αυτό, για την περίπτωση της θεμελίωσης στο βάθος της τάφρου, δεν θα παραμορφώνεται πια ελεύθερο από εξωτερικές τάσεις. Επομένως για μια δεδομένη ροπή η περιστροφή του θεμελίου αυτού θα είναι μικρότερη από την αντίστοιχη του επιφανειακού.

Φαινόμενο "παράπλευρης επαφής" - Αν στην άκαμπτη πλάκα, που βρίσκεται στο βάθος της τάφρου, προστεθούν και άκαμπτα τοιχώματα σε πλήρη επαφή με το έδαφος (αν δηλαδή εγκιβωτιστεί πλήρως το θεμέλιο) τότε, ένα μέρος του φορτίου θα μεταφερθεί από τα τοιχώματα μέσω ορθών και διατμητικών δράσεων επί του περιβάλλοντος εδάφους. Έτσι το θεμέλιο θα στροφεί λιγότερο. Και αυτό σημαίνει, βέβαια, αύξηση της δυσκαμψίας του συστήματος.

Καλώντας K_{sur} την δυσκαμψία του επιφανειακού θεμελίου, K_{tre} την δυσκαμψία του θεμελίου στην τάφρο, και K την δυσκαμψία του εγκιβωτισμένου θεμελίου, θα ισχύουν οι ανισότητες:

$$\frac{K_{tre}}{K_{sur}} = \Gamma_{tre} > 1 \quad (12)$$

και

$$\frac{K}{K_{tre}} = \Gamma_{wall} > 1 \quad (13)$$

Αμέσως παρακάτω αναπτύσσεται μια μέθοδος για τον προσδιορισμό των συναρτήσεων Γ_{tre} και Γ_{wall} .

Συνάρτηση Γ_{tre} - Τα αριθμητικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό του Γ_{tre} παρουσιάζονται στο Σχ. 6. Αφορούν ορθογωνικές κατόψεις λόγου πλευρών $L/B = 1, 2, 4, 6$ και 10 , σχετικού βάθους θεμελίωσης $D/B = 0.5, 1, 1.5$ και 2 , και λόγου του POISSON $\nu = 0.33, 0.40$ και 0.49 . Τα δεδομένα προέρχονται όλα από ανάλυση με μέθοδο Συνοριακών Στοιχείων [14].

Τα Γ_{tre} για κάθε περίπτωση προσδιορίστηκαν με το διαχωρισμό της επιφανειακής από την δυσκαμψία της τάφρου. Τα $\Gamma_{tre x}$ και $\Gamma_{tre y}$, αναφερόμενα σε στροφή περί τον άξονα x και y αντίστοιχως, διαφέρουν μεταξύ τους, βρίσκονται όμως και τα δύο σε πολύ καλή συσχέτιση με το D/B (Σχ. 6).

Από τη μελέτη των αριθμητικών δεδομένων συμπεραίνουμε ότι:

- (α) Τα Γ_{tre} αυξάνουν με το βάθος, όπως και αναμέναμε.
- (β) Το $\Gamma_{tre y}$ είναι πάντα μεγαλύτερο του $\Gamma_{tre x}$ και μάλιστα, η διαφορά τους αυξάνει όσο το L/B και το D/B μεγαλώνουν. Μια πενιχρή εξήγηση δίνεται στο Σχ. 7, όπου φαίνεται ότι για μια δεδομένη γωνία στροφής η βύθιση θα είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση της στροφής περί τον άξονα y και επομένως θα επιστρατευθούν μεγαλύτερες τάσεις στο επίπεδο του εδάφους που παραμορφώνεται, απ'ότι στην περίπτωση της στροφής περί τον άξονα x . Για τον ίδιο λόγο, μια δεδομένη ροπή θα προξενήσει μικρότερη στροφή περί τον y .
- (γ) Γενικά το Γ_{tre} λαμβάνει μάλλον ασήμαντα μικρές τιμές - μικρότερες από το 1.1 και πάντως, μικρότερες από το Γ_{tre} που έχει βρεθεί για κατακόρυφη [7] και οριζόντια μετακίνηση [8]. Το γεγονός δε αυτό επιβεβαιώνεται και από την πειραματική εργασία του ERDEN [5]. Για την εφαρμογή της μεθόδου στην πράξη συνιστάται $\Gamma_{tre} \approx 1$. Σημειώνεται πάντως, ότι στα επόμενα στάδια αυτής εδώ της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν οι αληθείς τιμές του Γ και όχι η προτεινόμενη προσέγγιση.
- (δ) Ο λόγος του POISSON ν δεν φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά ούτε το $\Gamma_{tre x}$ ούτε το $\Gamma_{tre y}$.
- (ε) Τα Γ_{tre} βρίσκονται σε ικανοποιητική συσχέτιση με το D/B , γι' αυτό και δεν αναζητήθηκε άλλη παράμετρος που να απεικονίζει καλύτερα αυτές τις συναρτήσεις. Οι σχέσεις που προτείνονται για μια πιο λεπτομερειακή θεώρηση είναι:

$$\Gamma_{tre x} = 1 + 0.025 \frac{D}{B} \quad (14)$$

$$\Gamma_{tre y} = 1 + 0.03 \frac{D}{B} \quad (15)$$

Συνάρτηση Γ_{wall} - Για τον προσδιορισμό του Γ_{wall} χρησιμοποιήθηκε ένα ευρύ φάσμα δεδομένων, για διάφορα σχήματα (Σχ. 3), διάφορες τιμές λόγου πλευρών, σχετικού βάθους θεμελίωσης και βαθμού παράπλευρης επαφής, καθώς και όλο το σύνθετο πιθανό εύρος τιμών του λόγου του POISSON ν . Αναλυτικά τα δεδομένα και οι πηγές τους αναφέρονται στο [16].

Οι τιμές Γ_{wall} , για μεν τις ορθογωνικές κατόψεις προσδιορίστηκαν από τον διαχωρισμό της δυσκαμψίας της τάφρου από τη δυσκαμψία του εγκιβωτισμένου θεμελίου, για δε τον κύκλο και τη λωρίδα, από τη δυσκαμψία του πλήρως εγκιβωτισμένου, εφαρμόζοντας τις εξισώσεις για τα Γ_{tre} που βρέθηκαν στο προηγούμενο στάδιο (εξ. 14 και 15).

Όπως και για το Γ_{tre} , εξετάστηκαν ξεχωριστά η στροφή περί τον άξονα x και περί τον y. Τα δεδομένα απεικονίζονται συναρτήσει του λόγου D/B στο Σχήμα 8. Από τη μελέτη τους προκύπτουν τα εξής:

(α) Το Γ_{wall} ενδέχεται να λάβει εξαιρετικώς μεγάλες τιμές. Το γεγονός αυτό φαίνεται φυσικό, αν ληφθεί υπόψη η τάξη μεγέθους της δυσκαμψίας σε στροφή μιας κατακόρυφης πλάκας μέσα στο έδαφος, όπως δίνεται από την ημιαναλυτική λύση των DOUGLAS & DAVIS [4]. Αυτή η πλάκα θα αντιπροσώπευε στην περίπτωση μας δύο από τους κατακόρυφους τοίχους της θεμελίωσης. Ακόμη, το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και από την πειραματική εργασία του ERDEN [5].

(β) Το $\Gamma_{wall x}$ είναι μεγαλύτερο του $\Gamma_{wall y}$ η διαφορά τους αυξάνει με το D/B και το L/B. Μια ερμηνεία του γεγονότος αυτού μπορεί κανείς να εμπνευσθεί από τη μορφή της κατανομής των τάσεων - για τους δύο από τους κατακόρυφους τοίχους - όπως αυτή προκύπτει από τη λύση των DOUGLAS & DAVIS [4] που προαναφέρθηκε. Από τις κατανομές αυτές φαίνεται ότι στην περίπτωση μιας στροφής περί τον επιστρατεύονται τάσεις σε μεγαλύτερη επιφάνεια.

(γ) Το Γ_{wall} αυξάνει με το D/B, όπως και αναμέναμε.

(δ) Από το Σχήμα 8 φαίνεται πως τα Γ_{wall} κάθε άλλο παρά μονοσήμαντη συνάρτηση του D/B είναι. Αυτό σημαίνει πως και άλλες παράμετροι επηρεάζουν τη συνάρτηση Γ_{wall} . Ακόμη, όπως προέκυψε από τη μελέτη, το Γ_{wall} δεν βρίσκεται σε συσχέτιση ούτε με τις παραμέτρους που απεικονίζουν τα αντίστοιχα Γ_{wall} στην κρτακόρυφη [7] και την οριζόντια κίνηση [8], γεγονός δηλωτικό της διαφορετικής συμπεριφοράς του συστήματος σε περιστροφή.

(ε) Τα Γ_{wall} δείχνουν να είναι ανεξάρτητα του λόγου του POISSON ν . Με την επαναληπτική μέθοδο "δοκιμασίας και διόρθωσης" βρέθηκε μια σχετικά απλή και ακριβής συσχέτιση για τα δύο Γ_{wall} (Σχ. 9). Οι σχέσεις που προτείνονται είναι:

$$\Gamma_{wall x} = 1 + 1.26 \frac{d}{B} \left[1 + \frac{d}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.2} \left(\frac{B}{L} \right)^{0.5} \right] \quad (16)$$

$$\Gamma_{wall y} = 1 + 0.92 \left(\frac{d}{L} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d}{L} \right)^{1.9} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.6} \right] \quad (17)$$

Οι σχέσεις αυτές δίνουν πολύ καλά αποτελέσματα και για τον κύκλο, αν χρησιμοποιηθεί $B=L=R$ (περιγεγραμμένο τετράγωνο). προσέξτε επίσης ότι οι τιμές του Γ_{wall} για τον κύκλο είναι πολύ κοντά σ' αυτές του τετραγώνου. Έτσι, θεωρείται ότι οι σχέσεις 16 και 17 αποτελούν ικανοποιητική προσέγγιση και για κάποια τυχόντος σχήματος εφόσον χρησιμοποιηθεί ο λόγος B/L του περιγεγραμμένου ορθογώνιου. Η παραπάνω θεώρηση δικαιώνεται απόλυτα στην περίπτωση της σύνθετης κατόψεως του Σχήματος 3, όπως θα δείχτει παρακάτω. Οι σχέσεις 16 και 17 ισχύουν ανεξαρτήτως της τιμής του λόγου του POISSON, ν . Σημειώνεται, εξ άλλου, ότι η αλγεβρική έκφραση που δίνει το $\Gamma_{wall x}$ έχει σωστή ασυμπτωτική συμπεριφορά. Δηλαδή, όταν το L/B τείνει στο άπειρο τείνουν να λάβει τιμές περίπου ίσες μ' αυτές που προκύπτουν από τις δημοσιευμένες λύσεις για τη θεμελιολογία. Ακόμη, ότι το $\Gamma_{wall x}$ είναι ουσιαστικά ανεξάρτητο του λόγου L/B, εφόσον L/B > 10, μια και τόσο επιμήκη θεμέλια πρακτικώς ισοδυναμούν με θεμελιολογία.

Από τις παραπάνω σχέσεις καθώς και από άλλες πιο πολύπλοκες συσχετίσεις που βρέθηκαν (πάλι με δοκιμές) συνάγεται ότι:

(α) Το $\Gamma_{wall y}$ δεν εξαρτάται από το πλάτος B της θεμελίωσης.

(β) Τα $\Gamma_{wall x}$ εξαρτώνται κυρίως από το ύψος επαφής d, εδάφους-παράπλευρων τοίχων και πολύ λιγότερο από το βάθος θεμελίωσης D, πράγμα άλλωστε τελείως σύμφωνο με την ποιοτική προσομοίωση που παρουσιάσαμε (βλ. Σχ. 5).

6. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εδώ γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που δίνει η προτεινόμενη μέθοδος με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που δίνει η αναλυτική λύση των HARITOS & KEER [9] για τη θεμελιολωρίδα. Η λύση αυτή είναι μια από τις ελάχιστες (ίσως η μοναδική) αναλυτικές που έχουν δημοσιευτεί μέχρι σήμερα.

Η μέθοδος αυτής εδώ της εργασίας προτείνει:

$$K = K_{sur} \Gamma_{wall} \Gamma_{tre}$$

Από την εξίσωση 2, ειδικεύοντας για θεμελιολωρίδα έχουμε:

$$\frac{K_{rx_{sur}}}{2L} = \frac{S_{rx}}{2^{0.25}} \frac{G}{1-v} \frac{(l_x/2L)^{0.75}}{(BL/L)} = GB^2 (1-v) 0.62 S_{rx}$$

και επομένως:

$$\frac{K_{rx_{sur}}}{2L} \frac{1}{GB^2} = 0.62 \frac{S_{rx}}{1-v}$$

Η Εξ. 4 δίνει $S_{rx} = 2.4$, οπότε για $v = 0.3$:

$$\frac{K_{rx_{sur}}}{2L} \frac{1}{GB^2} = 2.126$$

Για $D/B = 1$ και $/D = 1$

- από τη σχέση 14 προκύπτει: $\Gamma_{tre} = 1.025$
- από τη σχέση 16 προκύπτει: $\Gamma_{wall} = 2.26$

Τελικώς συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω, καταλήγουμε στην ακόλουθη τιμή στρωφικής δυσκαμψίας της εγκιβωτισμένης θεμελιολωρίδας:

$$\frac{K_{rx}}{2L} = 2.126 \times 1.025 \times 2.26 GB^2 = 4.92 GB^2$$

ενώ από τους HARITOS & KEER προκύπτει:

$$\frac{K_{rx}}{2L} = 5.5 GB^2$$

δηλαδή έχουμε διαφορά περίπου 10%, που δεν μπορεί βέβαια να θεωρηθεί σημαντική, αν ληφθεί υπόψη η συνήθης διασπορά των τιμών των "ορθών" μεθόδων (θυμηθείτε το Σχ. 2).

Για $D/B = 0.5$ και $/D = 1$

- από τη σχέση 14 προκύπτει: $\Gamma_{tre} = 1.0125$
- από τη σχέση 16 προκύπτει: $\Gamma_{wall} = 1.63$

Τελικά καταλήγουμε στην τιμή:

$$\frac{K_{rx}}{2L} = 2.126 \times 1.0125 \times 1.63 GB^2 = 3.51 GB^2$$

ενώ από τους HARITOS & KEER [9] προκύπτει:

$$\frac{K_{rx}}{2L} = 4 GB^2$$

δηλαδή η προσέγγιση είναι και πάλι ικανοποιητική.

Τα αποτελέσματα που συγκρίθηκαν εδώ παρουσιάζονται συγκεντρωμένα και στον Πίνακα Ι.

7. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εδώ παραβάλλονται τα αποτελέσματα που δίνει η προτεινόμενη μέθοδος για μια κάτοψη σύνθετου σχήματος (Σχ. 10) με αυτά που έδωσε η ανάλυση με τη μέθοδο των Συνοριακών Στοιχείων. Η σύγκριση παρουσιάζεται στον Πίνακα Ι.

Στο Σχ. 10 φαίνονται τα δύο σχήματα κατάψευς καθώς και οι γεωμετρικές τους παράμετροι.

Από τον Πίνακα Ι είναι φανερό ότι η μέθοδος προσεγγίζει πολύ καλά την "ακριβή" λύση. Έτσι, με την παραπάνω σύγκριση επιβεβαιώνεται η προβλεπτικότητα της μεθόδου για κατόψεις τυχόντος σχήματος, αφού έδωσε και για μια κάτοψη τόσο διαφορετική από την ορθογωνική πολύ ικανοποιητικά αποτελέσματα.

8. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σ' αυτό το σημείο γίνεται μια σύγκριση της μεθόδου που παρουσιάστηκε, με τα αποτελέσματα πειραμάτων μικρής κλίμακας των STOKOE & ERDEN [5], [12], [13]. Χρησιμοποιούνται δηλαδή οι αναλυτικές εκφράσεις που προτάθηκαν προηγουμένως για να υπολογιστεί το μέτρο διάτμησης G και η ταχύτητα V_s των διατμητικών κυμάτων του εδαφικού μέσου των πειραμάτων. Έτσι γίνεται μια καλή έμμεση επαλήθευση της προτεινόμενης μεθόδου, αφού τα πειραματικά και θεωρητικά αποτελέσματα συγκλίνουν ικανοποιητικά. Παράλληλα όμως γίνεται και μια διερεύνηση της διαδικασίας προσδιορισμού του μέτρου διάτμησης G και της ταχύτητας V_s . Έτσι, καταλήγουμε και σε έναν τρόπο ρεαλιστικής εκτίμησης αυτών των μεγεθών σε πραγματικές συνθήκες.

Τα πειράματα των STOKOE & ERDEN

Τα πειράματα αυτά αποτελούν μια πλήρη και πολύ προσεκτική διερεύνηση της επίδρασης που έχουν πάνω στη δυναμική συμπεριφορά το σχήμα κατόψεως της θεμελίωσης και ο εγκιβωτισμός της. Αφορούν δε - στο μέρος τους που χρησιμοποιείται εδώ και που είναι συνολικά ενενήντα τρεις περιπτώσεις - κατόψεις κυκλικές, τετραγωνικές, και ορθογωνικές λόγου πλευρών περίπου ίσους με 2, 3, 4, και 6, που είναι είτε επιφανειακές, είτε εδραζόμενες σε κάποιο βάθος μέσα σε τόφο, είτε είναι πλήρως εγκιβωτισμένες στο εδαφικό μέσο που χρησιμοποιείται. Τα είδη των θεμελίων αναφέρονται αναλυτικότερα αμέσως παρακάτω:

Επιφανειακά θεμέλια - Όλα τα ομοιώματα που χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα των STOKOE & ERDEN ήταν κατασκευασμένα από σκυρόδεμα (Σχ. 11) και καθένα εφαρμόζονταν στη θέση του, πριν τη δοκιμή. Το σχήμα όλων ήταν κυλινδρικό, η επιφάνεια εδράσεως όμως ποίκιλλε, όπως αναφέρθηκε πιο πάνω. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν επτά μοντέλα. Και τα επτά σχεδιάστηκαν έτσι ώστε η επιφάνεια της βάσης, το ύψος και έτσι και το βάρος, να διατηρούνται σταθερά. Τα πειράματα εκτελέστηκαν όχι μόνο με το αρχικό βάρος των θεμελίων, αλλά και δύο φορές ακόμη, με επιπλέον βάρη. Τα πρόσθετα αυτά βάρη τοποθετήθηκαν συμμετρικά ως προς το κέντρο βάρους, ώστε να μην αλλάξει η θέση του. Τα ορθογωνικά θεμέλια διεγείρονταν σε κίνηση γύρω και από τους δύο κύριους άξονες: τον διαμήκη x και τον εγκάρσιο y .

Θεμέλια εδραζόμενα σε βάθος D - Τα θεμέλια που χρησιμοποιήθηκαν εδώ είχαν σχήμα κατόψεως: κυκλικό, τετραγωνικό, και ορθογωνικό λόγου πλευρών 2 και 4. Για κάθε σχήμα εφαρμόστηκαν τρία διαφορετικά βάθη θεμελιώσεως και τρία διαφορετικά βάρη - όπως και με τα επιφανειακά. Κάθε πέδιλο εξεταζόταν αρχικά σαν πλήρως εγκιβωτισμένο και μετά σκαδόμενα μια τάφος γύρω του ώστε να εξεταστεί σαν θεμέλιο σε όρυγμα.

Όσον αφορά τον τρόπο διέγερσης και το υλικό που χρησιμοποιήθηκε σαν εδαφικό μέσο, αυτά αναπτύσσονται αμέσως παρακάτω.

Διέγερση - Οι STOKOE & ERDEN ασχολήθηκαν κυρίως με την παροδική ελεύθερη βολάντωση - αν και εκτέλεσαν και μερικά πειράματα με μόνιμες ταλαντώσεις. Για καθένα από τα συνολικά ενενήντα τρία πειράματα, το θεμέλιο διεγείρονταν με την ξαφνική αφαίρεση μιας στατικής οριζόντιας δύναμης που εφαρμόζονταν στην κορυφή του. Η δύναμη αυτή επιβαλλόταν κατά μήκος των αξόνων x και y για κίνηση κατά μήκος των x και y αντίστοιχα, ή με άλλα λόγια, για λίκνισμό περί τον x και y αντίστοιχα.

Εδαφικό μέσο - Τα θεμέλια εδράζονταν στην επιφάνεια, ή σε κάποιο βάθος μέσα σε μια κυλινδρική μάζα ομοιόμορφης υγρής πυκνής άμμου, με διαστάσεις περίπου 5 ft βάθος και 10 ft διάμετρο (Σχ. 11). Η άμμος αυτή περιβαλλόταν από ένα στρώμα πριονιδιού με πάχος 1 ft, ενώ όλο αυτό το υλικό βρισκόταν μέσα σε μια κυλινδρική κατασκευή από σκυρόδεμα. Η άμμος στο σύστημα αντιπροσωπεύει τον ελαστικό ημιχώρο, και μάλιστα, γενικά, πολύ ικανοποιητικά, τουλάχιστον για μικρά δυναμικά βέλη. Το πριονίδι γύρω από την άμμο ενεργεί σαν ένα υλικό που απορροφά μέρος της ενέργειας που προσδίδεται στο σύστημα στη διάρκεια του πειράματος, ώστε αυτή να μην ανακλάται πάλι πίσω στην άμμο. Η απορρόφηση αυτή όμως της ενέργειας δεν υποκαθιστά την απώλεια που θα είχαμε αν το μέσο εκτεινόταν πραγματικά στο άπειρο, όπως συμπεραίνεται και εξηγείται στην εργασία των DOBRY, GAZETAS, και STOKOE [3], γεγονός που πάντως δεν θεωρείται ότι επηρεάζει τη δυσκαμψία του συστήματος, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω. Οι ιδιότητες της άμμου είναι: πυκνότητα μάζας $\rho = (121 \text{ lb/ft}^3)/(32.2 \text{ ft/sec}^2) = 3.758 \text{ lb-sec}^2/\text{ft}^4$, και λόγος του POISSON $\nu = 1/3$. Η βασική παράμετρος του προβλήματος, η ταχύτητα V_s των διατμητικών κυμάτων δεν έχει μοναδική λύση. Από τους STOKOE & ERDEN δίνονται οι μετρημένες επιτόπου τιμές της V_s για την άμμο πριν την τοποθέτηση των θεμελίων (Σχ. 11). Για τη μέτρηση των τιμών αυτών χρησιμοποιήθηκε η τεχνική cross-hole.

Αυτές οι τιμές, φυσικά, αυξάνονταν μετά την τοποθέτηση των θεμελίων και στον προσδιορισμό των αυξημένων τιμών εντοπίζεται κυρίως το αντικείμενο αυτού εδώ του μέρους της παρουσιάζουσας ερευνητικής εργασίας.

Διερεύνηση της συμπεριφοράς - Επεξεργασία των δεδομένων

Η στροφή περί έναν οριζόντιο άξονα είναι κίνηση συζευγμένη με την κίνηση κατά τον οριζόντιο άξονα του κάθετου στον πρώτο. Έτσι, στα πειράματα των STOKOE & ERDEN οι δύο αυτές κινήσεις εξετάστηκαν μαζί, αφού παρουσιάζονται ταυτόχρονα. Επομένως, και σ' αυτήν εδώ την ανάλυση εξετάστηκε η συζευγμένη κίνηση, όπως ήταν αναγκαίο. Γι' αυτό, εκτός από την μέθοδο για τον προσδιορισμό της δυσκαμψίας σε στροφή που παρουσιάστηκε πιο πριν, χρησιμοποιείται και αυτή για την δυσκαμψία στην μετακίνηση κατά μήκος οριζόντιου άξονα, των GAZETAS & TASSOULAS [8].

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι το σύστημα δεν μπορεί να παρασταθεί από έναν μονοβάθμιο ταλαντωτή, όπως γίνεται στην περίπτωση της κατακόρυφης ή της στρεπτικής διέγερσης, αλλά πρέπει να χρησιμοποιηθεί ταλαντωτής δύο συζευγμένων βαθμών ελευθερίας. Για ένα τέτοιο σύστημα η εξίσωση ιδιοσυχνοτήτων θα είναι:

$$\frac{I_0}{A} \omega^4 - \left(\frac{K_r}{A} + \frac{K}{M} \right) \omega^2 + \frac{K_r K}{M I_0} = 0 \quad (18)$$

όπου: I_0 = ροπή αδράνειας του θεμελίου ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο βάρους του, I_A = ροπή αδράνειας του θεμελίου ως προς τον οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο βάρους της βάσης και περί τον οποίο στρέφεται το σώμα· θα είναι: $I_0 = I_A - h_0^2 M$ με h_0 = το μισό του ύψους του θεμελίου, M = η μάζα του, K_r = η στρεπτική δυσκαμψία του θεμελίου ως προς τον άξονα περί τον οποίο γίνεται η κίνηση, και K = η μεταφορική δυσκαμψία ως προς τον άξονα κατά μήκος του οποίου γίνεται η κίνηση και που θα είναι βέβαια

κάθετος σ' αυτόν περί τον οποίο στρέφεται το θεμέλιο. Το ω είναι η ιδιοσυχνότητα του συστήματος που εκτελεί τη συνδυασμένη κίνηση - μεταφορική και στροφική.

Πριν αναπτυχθεί ο τρόπος ανάλυσης του προβλήματος που χρησιμοποιήθηκε εδώ, παρουσιάζονται μερικά συμπεράσματα από την πειραματική εργασία των STOKOE & ERDEN [12], και από την εργασία των DOBRY, GAZETAS & STOKOE [3], πολύ χρήσιμα για την κατανόηση της συμπεριφοράς του συστήματος και του τρόπου ανάλυσής της: Σ' αυτή την κίνηση η απόσβεση έπαιξε πολύ μικρό ρόλο. Έτσι, εκτός από το γεγονός ότι μπορούσε να διακριθεί καθαρά ένας μεγάλος αριθμός από κύκλους ταλαντώσεων, όπως ήταν επόμενο, οι συχνότητες με απόσβεση ήταν πρακτικά ίσες με τις φυσικές συχνότητες. Ένα άλλο βασικό σημείο που πρέπει να τονιστεί είναι ότι, σε όλες τις περιπτώσεις, μόνο η πρώτη κανονική μορφή του συστήματος φαίνεται να διεγείρεται, αφού αυτή ήταν σχεδόν όμοια με την αντίστοιχη μορφή για τη στατική φόρτιση, ενώ ο δεύτερος κανονικός τρόπος ταλάντωσης ήταν τελείως διαφορετικός.

Η ανάλυση, τώρα, έγινε ως εξής: Για κάθε μια κατεύθυνση κίνησης υπολογίστηκε η αντίστοιχη στατική μεταφορική δυσκαμψία - με τη μέθοδο που παρουσιάζεται στο [8] - και η αντίστοιχη στροφική - με τη μέθοδο που παρουσιάζεται εδώ. Για το ίδιο θεμέλιο και για κάθε βάρος έχουμε την αντίστοιχη μετρημένη συχνότητα του συστήματος [5]. Οι δυσκαμψίες που προαναφέρθηκαν θα είναι συνάρτηση του μέτρου διάτμησης G . Έτσι, από την εξίσωση (18) και για τις αντίστοιχες ροπές αδράνειας και μάζα, προσδιορίζεται το G . Από το G προκύπτει η ταχύτητα των διατμητικών κυμάτων: $V_s = (G/\rho)^{0.5}$ και από αυτήν η αδιάστατη γωνιακή συχνότητα: $\alpha_0 = \omega B/V_s$, όπου B το ημι-πλάτος του σχήματος κατόψεως.

Από τον αδιάστατο αυτό συντελεστή εκτιμάται ο δυναμικός συντελεστής ακμής k και k_f για την μεταφορική και για τη στροφική κίνηση και για τους αντίστοιχους άξονες. Έτσι, προκύπτει η δυναμική δυσκαμψία του συστήματος: $K = K k$. Η διαδικασία αυτή πρέπει να επαναληφθεί, μέχρι τη σύγκλιση. Στην περίπτωση μας όμως δεν χρειάστηκαν, πρακτικά, επαναλήψεις αφού τα α_0 αποδείχτηκαν πολύ μικρά και τα αντίστοιχα k ήταν περίπου ίσα με τη μονάδα. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει το συμπέρασμα που προηγουμένως αναφέρθηκε, ότι δηλαδή διεγείρεται μόνο η πρώτη κανονική μορφή που είναι ουσιαστικά όμοια με τη στατική. Σύμφωνα, επίσης, με τα προηγούμενα συμπεράσματα δεν λήφθηκε υπόψη η απόσβεση ενέργειας, ενώ αμελήθηκε και η υστερητική απόσβεση του υλικού, αφού θα είχε πολύ μικρή επίδραση.

Με τις ταχύτητες V_s μπορεί να μορφωθεί ένα προφίλ ταχυτήτων του εδαφικού μέσου που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα, αν θεωρήσουμε ότι η ταχύτητα που προκύπτει από κάθε περίπτωση θεμέλιου αντιστοιχεί σε ένα βάθος $B/2$ κάτω από το επίπεδο εδράσεώς του. Το προφίλ αυτό ταχυτήτων για ένα από τα βάρη με τα οποία έγιναν τα πειράματα για θεμέλια επιφανειακά, πλήρως εγκιβωτισμένα, και μέσα σε όρυγμα, για τις κατευθύνσεις x και y (εδώ χρησιμοποιείται η κατεύθυνση μεταφοράς κίνησης για το συμβολισμό - η x κατεύθυνση δηλαδή αντιστοιχεί σε στροφή και άρα ροπές αδράνειας ως προς άξονα y), παρουσιάζεται στο Σχήμα 12. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται και η καμπύλη με τις τιμές που μετρήθηκαν για το V_s , πριν από την τοποθέτηση των θεμελίων.

Από τις αρχικές μετρημένες τιμές της ταχύτητας: V_{s0} αρχ και με το βάρος του θεμέλιου υπολογίζονται οι αυξημένες τιμές V_s , μετά την επιβολή του φορτίου:

$$V_s = V_{s0} \left[\frac{\alpha_0 \text{ αρχ} + \Delta \alpha_0}{\alpha_0 \text{ αρχ}} \right]^{1.4} \quad (19)$$

όπου το $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ υπολογίστηκε με τη θεωρία της ελαστικότητας για το σημείο του άξονα - x ή y , αντίστοιχα με την κίνηση που εξετάζεται - πάνω στην ακμή του σχήματος κατόψεως. Αυτό το σημείο θεωρείται από τους περισσότερους ερευνητές σαν το "ενεργό" σημείο στον κλινισμό. Έτσι μορώνεται ένα νέο "προφίλ" ταχυτήτων V_s κάτω από το επίπεδο εδρώσεως του θεμελίου. Μ' αυτές τις τιμές συγκρίνονται οι αντίστοιχες που προέκυψαν από την ανάλυση του συστήματος των δύο βαθμών ελευθερίας κινήσεως. Η σύγκριση αυτή είναι γενικά ικανοποιητική, όπως φαίνεται και από το Σχ. 12, όπου παρουσιάζεται, ενδεικτικά, η καμπύλη των ταχυτήτων για τετραγωνικό θεμέλιο που εδράζεται σε βάθος 5 in. Η μέση διαφορά σ' αυτή την περίπτωση είναι μικρότερη από 20% και οι τιμές που υπολογίσθηκαν για την ταχύτητα των διατμητικών κυμάτων βρίσκονται ανάμεσα στις τιμές V_s αρχ και V_s .

Σ' αυτό το σημείο πρέπει να γίνουν ορισμένες παρατηρήσεις: Η δοκιμή τύπου cross-hole με την οποία προσδιορίσθηκαν τα αρχικά V_s , εισάγει πολύ μικρές παραμορφώσεις - της τάξης του 10^{-5} - και επομένως θα εμφανίζει αυξημένο G και V_s , δχρετικά με τα πραγματικά - για την περίπτωση μας. Έτσι δικαιολογείται το γεγονός ότι τα V_s που προκύπτουν από την ανάλυση του συστήματος (σημεία στο Σχ. 12) είναι μικρότερα από αυτά της εξίσωσης (19). Η άποψη αυτή ενισχύεται και από την τάση που εμφανίζουν τα V_s των θεμελίων σε τάφο να είναι μικρότερα από των αντίστοιχων εγκιβωτισμένων (Σχ. 12), πράγμα που άλλωστε θα περιμέναμε, αφού τα θεμέλια σε τάφο συνδέονται με φαινόμενα περισσότερο ανελαστικά, απ' ότι τα πλήρως εγκιβωτισμένα.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι τα πειράματα σε ομοιώματα μικρής κλίμακας των STOKOE & ERDEN επιβεβαιώνουν πολύ ικανοποιητικά την αναλυτική μέθοδο που παρουσιάζεται σ' αυτήν εδώ την εργασία για τη στροφική δυσκιμψία θεμελιώσεων πάνω σ' ένα βαθύ εδαφικό στρώμα. Ταυτόχρονα όμως συνάγουμε και ότι για τη σωστή χρησιμοποίηση της μεθόδου στην πράξη, επιβάλλεται το μέτρο διάτρησης G να εκτιμηθεί με βάση το προφίλ των διατμητικών ταχυτήτων V_s το οποίο προκύπτει από επιτόπιες δοκιμές cross-hole ή down-hole. Βεβαίως, όμως, επιβάλλεται επίσης να γίνουν δύο διορθώσεις τού αρχικού προφίλ ταχυτήτων:

Μία διόρθωση για να ληφθεί υπόψη η αύξηση της σ_0 υπό το θεμέλιο, μετά την ανέγερση της ανωδομής, και
Μία διόρθωση για να ληφθεί υπόψη το "ενεργό" μέγεθος των εδαφικών διατμητικών παραμορφώσεων, γ (όσο μεγαλύτερο το γ, τόσο μικρότερη η V_s που πρέπει να χρησιμοποιηθεί).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΠΟΜΠΕΣ

1. Day, S.M., "Finite Element Analysis of Seismic Scattering Problems", Ph.D. Thesis, University of California, San Diego, La Jolla, California, 1977.
2. Dobry, R., and Gazetas, G., "Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 2, February 1986, pp 109-135.
3. Dobry, R., Gazetas, G., and Stokoe, K.H. II, "Dynamic Response of Arbitrarily Shaped Foundations: Experimental Verification", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 2, February 1986, pp 136-154.
4. Douglas, D.J., and Davis, E.H., "The Movement of Buried Footings due to Moment and Horizontal Load and the Movement of Anchor Plates", Geotechnique, No. 2, Vol. 14, 1964.
5. Erden, S.M., "Influence of Shape and Embedment on Dynamic Foundation Response", Ph.D. Thesis, University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts, 1974.

6. Gazetas, G., "Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art", International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 2, No. 1, 1983, pp 2-42.
7. Gazetas, G., Dobry, R., and Tassoulas, J.L., "Vertical Response of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 6, 1985, pp 750-771.
8. Gazetas, G., and Tassoulas, J.L., "Horizontal Stiffness of Arbitrarily Shaped Embedded Foundations", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE (submitted for publication).
9. Haritos, G.K., and Keer, L.M., "Stress Analysis for an Elastic Half Space Containing an Embedded Rigid Block", Int. Journal of Solids and Structures, Vol. 16, pp 19-40, 1980.
10. Johnson, G.R., Christiano, P., and Epstein, H.I., "Stiffness Coefficients for Embedded Footings", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 101, No. GT8, August 1975, pp 789-800.
11. Pais, A., and Kausel, E., "Stochastic Response of Foundations", Research Report R85-6, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1985.
12. Stokoe, K.H., II and Erden, S.M., "Influence of Base Shape on Dynamic Response of Surface Foundations".
13. Stokoe, K.H., II and Erden, S.M., "Effects on Embedment on Foundation Response".
14. Tassoulas, J.L., "The Boundary Element in Soil Structure Interaction", Boundary Element in Structural Mechanics, ASCE, 1986.
15. Wolf, J.P., "Dynamic Soil Structure Interaction", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.
16. Χατζηκωνσταντίνου, Α., "Στατική Περιτροφική Δυσκαμψία Εγκιβωτισμένων Θεμελιώσεων Τυχόντος Σχήματος κατάψευς", Διπλωματική Εργασία, Τομέας Γεωτεχνικής, Ε.Μ.Π., 1986.

SUMMARY

Using high quality numerical data from a boundary-element solution, the paper develops simple algebraic formulas for estimating the rocking static stiffness of a flexurally rigid foundation which has an arbitrary basemat shape, and is embedded in a reasonably deep and homogeneous soil deposit of shear modulus G and Poisson's ratio ν .

The proposed expressions are:

$$K_{rx} \approx \left(1 + 1.26 \frac{d}{B} \left[1 + \frac{d}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.2} \left(\frac{B}{L} \right)^{0.5} \right] \right) \cdot K_{sur,rx}$$

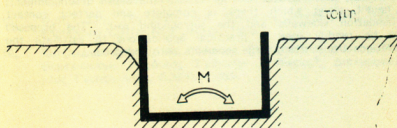
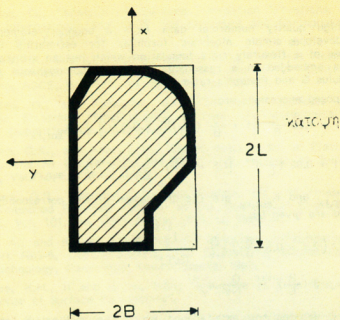
$$K_{ry} \approx \left(1 + 0.92 \left(\frac{d}{L} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d}{L} \right)^{1.9} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.6} \right] \right) \cdot K_{sur,ry}$$

in which $K_{sur,rx}$ and $K_{sur,ry}$ are the stiffnesses of the corresponding surface foundation and are given by:

$$K_{sur,rx} \approx \left(2.4 + 0.5 \frac{B}{L} \right) \frac{G}{1-\nu} \frac{I_x^{0.75}}{(B/L)^{0.25}}$$

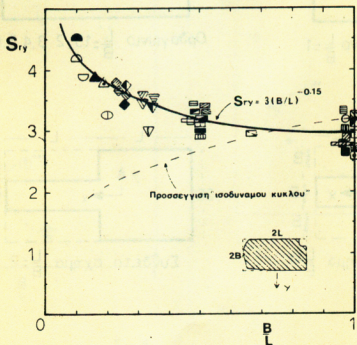
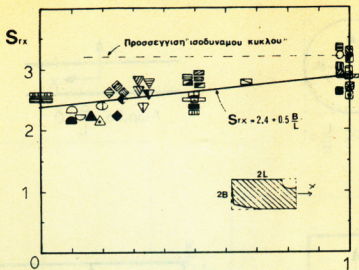
$$K_{sur,ry} \approx 3 \left(\frac{B}{L} \right)^{-0.15} \frac{G}{1-\nu} I_y^{0.75}$$

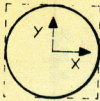
where x or y denotes the axis around which the rocking is taking place; I_x and I_y = the basemat area moment of inertia around the x and y axis, respectively; $2B$ and $2L$ = the width and length of the rectangle circumscribed to the basemat, as illustrated in Fig. 1; D = the depth of embedment; and d = the height along which there is complete and perfect contact between the foundation sidewalls and the surrounding soil. The proposed expressions can be readily used in practical applications to estimate the rotation of foundations transmitting large moments onto the ground.



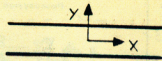
Ομοιογενής Ημικυβος

Μέτρο Διατμήσεως G
 Πυκνότητα Μάζας ρ
 Λόγος του Poisson ν





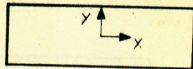
Κυκλος $\frac{L}{B}=1$



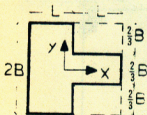
Λωριδα $\frac{B}{L}=0$



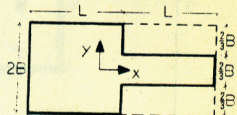
Τετραγωνο $\frac{L}{B}=1$



Ορθογωνιο $\frac{L}{B}=1,5,2,3,4,5,6,8,10$

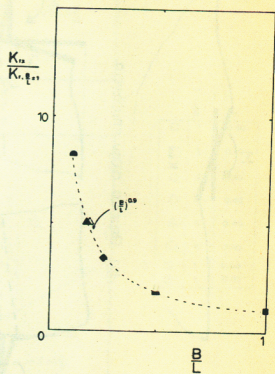
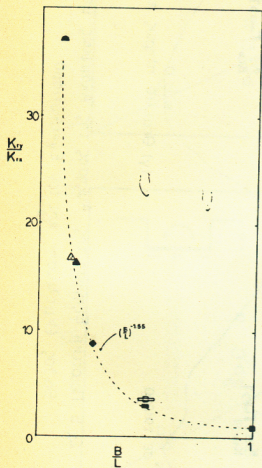


Συνθετο σχημα $\frac{L}{B}=1$

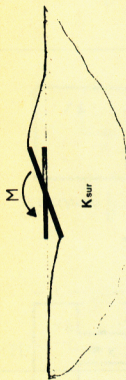


Συνθετο σχημα $\frac{L}{B}=2$

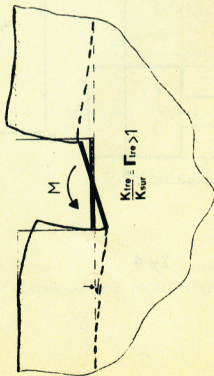
Σχ 3 Σχηματα Κατοψεων που Μελετηθηκαν



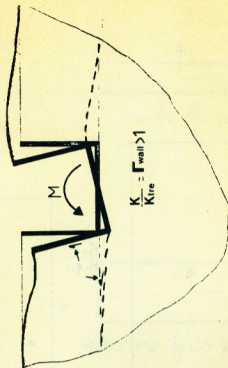
$\Sigma \chi^2: 4$



(α) Θεμελίο στην επιφάνεια

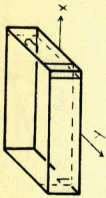


(β) Θεμελίο σε ταύρο



(γ) Θεμελίο πλήρως εγκιβωτισμένο

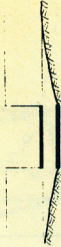
Σχ 5 Ποιοτική Εξήγηση της Αύξησης της Ακαμψίας με το Βάθος Θεμελίωσης και τον Εγκιβωτισμό



Εικόνα 1



Εικόνα 2

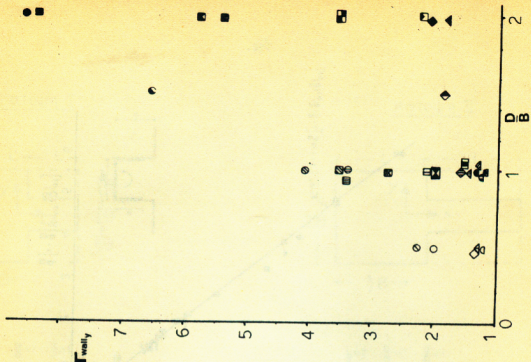
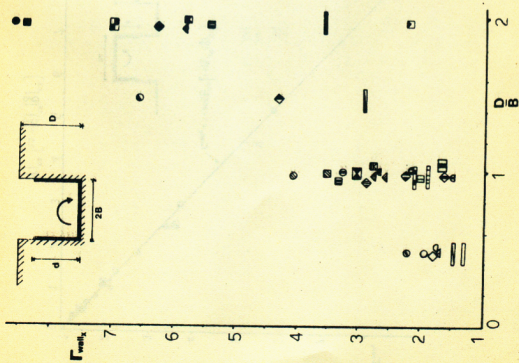


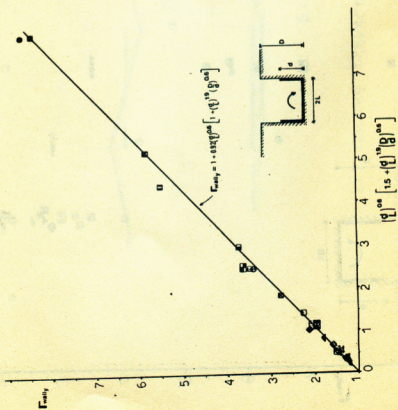
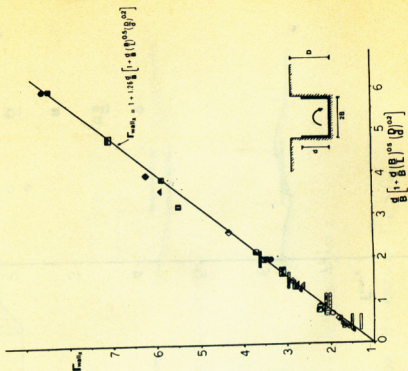
α. Σχηματισμός της οριζοντίου y



β. Σχηματισμός της οριζοντίου x

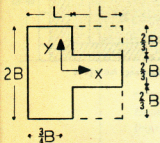
Σχ. 7 Παρουσίαση Εξήγηση του φαινομένου: $\Gamma_{\text{top}} > \Gamma_{\text{bot}}$





ΣΧ 9

Κατοψη Ι



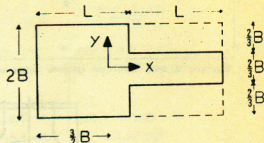
$$\frac{L}{B} = 1, \frac{D}{B} = 1, \frac{d}{B} = 1$$

$$v = 0.40$$

$$I_x = \frac{168}{243} B^4$$

$$I_y = \frac{13}{18} B^4$$

Κατοψη ΙΙ



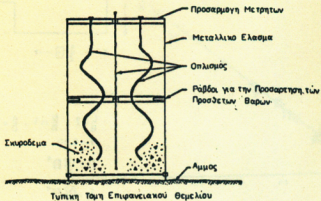
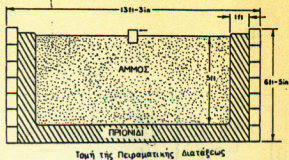
$$\frac{L}{B} = 2, \frac{D}{B} = 1, \frac{d}{B} = 1$$

$$v = 0.40$$

$$I_x = \frac{112}{81} B^4$$

$$I_y = \frac{52}{9} B^4$$

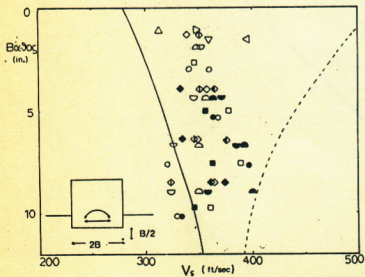
Σ χ. 10



Σχ 11

καμπύλη V_s - επίπου μέτρηση με την τεχνική cross-hole, πριν την τοποθέτηση των θεμελίων: ———

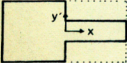
Καμπύλη V_s - άνω πιθανό όριο για πολύ μικρές ασηγμένες παραμορφώσεις μετά την τοποθέτηση των θεμελίων: - - - - -



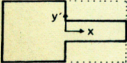
	Επιφανειακό, σε όρυγμα		Πλήρως εγκιβωτισμένο	
κύκλος	x	y	x	y
τετράγωνο		□		■
$L/B=2$	◐	◑	◐	◑
$L/B=3$	◓	◔	◓	◔
$L/B=4$	◈	◈	◈	◈
$L/B=6$	◕	◖	◕	◖

Σχ 12 Ταχύτητες V_s για το αρχικό βάρος

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 : Σύγκριση με Θεωρητικά Αποτελέσματα

Σχήμα - Πηγή	Θεωρητικά Αποτελέσματα	Προτεινόμενη Μέθοδος
 Θεμελιοωφίδα (Haritos - Keer)	$D/B = 0.5, d/B = 1$ $K_{rx}/2L \approx 4 \text{ GB}^3$	$D/B = 0.5, d/D \approx 1$ $K_{rx}/2L \approx 3.51 \text{ GB}^3$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx}/2L \approx 5.5 \text{ GB}^3$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 4.92 \text{ GB}^3$
 $L/B = 1$ (Tassoulas)	$D/B = 0$ $K_{rx} = 3.63 \text{ GB}^3$ $K_{ry} = 4.16 \text{ GB}^3$	$D/B = 0$ $K_{rx} = 3.66 \text{ GB}^3$ $K_{ry} = 4.6 \text{ GB}^3$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} = 15.4$ $K_{ry} = 16.35$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 13.2$ $K_{ry} \approx 15.6$
 $L/B = 2$ (Tassoulas)	$D/B = 0$ $K_{rx} = 6.26$ $K_{ry} = 22.8$	$D/B = 0$ $K_{rx} \approx 6.7$ $K_{ry} \approx 24.1$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} = 23.8$ $K_{ry} = 53.35$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 21.6$ $K_{ry} \approx 51.4$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 : Σύγκριση με Θεωρητικά Αποτελέσματα

Σχήμα - Πηγή	Θεωρητικά Αποτελέσματα	Προτεινόμενη Μέθοδος
 Θεμελιοωφίδα (Haritos - Keer)	$D/B = 0.5, d/B = 1$ $K_{rx}/2L \approx 4 \text{ GB}^3$	$D/B = 0.5, d/D \approx 1$ $K_{rx}/2L \approx 3.51 \text{ GB}^3$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx}/2L \approx 5.5 \text{ GB}^3$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 4.92 \text{ GB}^3$
 $L/B = 1$ (Tassoulas)	$D/B = 0$ $K_{rx} = 3.63 \text{ GB}^3$ $K_{ry} = 4.16 \text{ GB}^3$	$D/B = 0$ $K_{rx} = 3.66 \text{ GB}^3$ $K_{ry} = 4.6 \text{ GB}^3$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} = 15.4$ $K_{ry} = 16.35$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 13.2$ $K_{ry} \approx 15.6$
 $L/B = 2$ (Tassoulas)	$D/B = 0$ $K_{rx} = 6.26$ $K_{ry} = 22.8$	$D/B = 0$ $K_{rx} \approx 6.7$ $K_{ry} \approx 24.1$
	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} = 23.8$ $K_{ry} = 53.35$	$D/B = 1, d/D = 1$ $K_{rx} \approx 21.6$ $K_{ry} \approx 51.4$